

ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: VẬT LÝ

Ngày thi thứ nhất: 11/01/2011

(Gồm 04 trang)

**Câu 1.** (4,5 điểm)

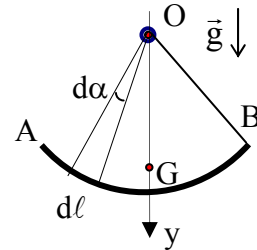
1. Do tính đối xứng, ta thấy ngay G nằm trên đường thẳng đứng Oy (xem hình vẽ) nên chỉ cần tính tọa độ  $y_G = OG$  của vật.

$$\text{Mật độ khối lượng } \rho = \frac{2m}{\pi R}.$$

$$\text{Xét phần tử dài } dl, \text{ có khối lượng } dm = \rho dl = \frac{2m}{\pi R} dl = \frac{2m}{\pi} d\alpha.$$

Theo công thức tính tọa độ khối tâm :

$$y_G = \frac{1}{m} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} R \cos \alpha \frac{2m}{\pi} d\alpha = \frac{2\sqrt{2}R}{\pi}. \text{ Vậy } OG = \frac{2\sqrt{2}R}{\pi}$$



*Chú ý: có thể dùng phương pháp năng lượng để tính OG*

2. Xét vật 2 ở vị trí ứng với góc lệch  $\beta$ . Gọi  $\varphi$  là góc mà vật 2 tự quay quanh mình nó. Chọn chiều dương tất cả các chuyển động ngược chiều kim đồng hồ. Lực tác dụng lên vật 2 gồm: trọng lực, phản lực, lực ma sát nghỉ.

Phương trình chuyển động của khối tâm vật 2 xét theo phương tiếp tuyến với quỹ đạo:  $m_2 a = F_{ms} - m_2 g \sin \beta$

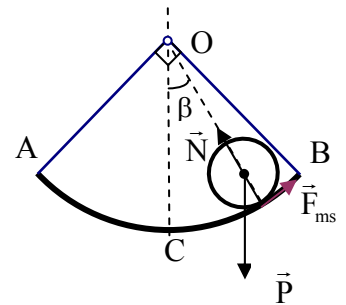
$$\text{Vi } \beta \text{ nhỏ } \sin \beta \approx \beta \text{ (rad)} \Rightarrow m_2 (R - r) \beta'' = F_{ms} - m_2 g \beta \quad (1)$$

Phương trình chuyển động quay của khối trụ nhỏ quanh khối tâm:

$$m_2 r^2 \varphi'' = F_{ms} r \quad (2)$$

$$\text{Điều kiện lăn không trượt: } (R - r) \beta' = -r \varphi' \Rightarrow (R - r) \beta'' = -r \varphi'' \quad (3)$$

$$\text{Thay (2) và (3) vào (1) ta được: } \beta'' + \frac{g}{2(R - r)} \beta = 0 \quad (4)$$



Phương trình (4) biểu diễn dao động điều hòa với chu kỳ  $T = 2\pi \sqrt{\frac{2(R - r)}{g}}$

$$\text{Từ (2) } \Rightarrow F_{ms} = m_2 r \varphi'' = -m_2 (R - r) \beta'' = m_2 (R - r) \omega^2 \beta = \frac{1}{2} m_2 g \beta \quad (5)$$

$$\text{Phản lực } N = m_2 g \cos \beta = m_2 g \left(1 - \frac{\beta^2}{2}\right) \quad (6)$$

$$\text{Điều kiện lăn không trượt: } \left| \frac{F_{ms}}{N} \right| \leq \mu \text{ với mọi } \beta \quad (7)$$

$$\text{Thay (5) và (6) vào (7) ta có } \left| \frac{F_{ms}}{N} \right| = f(\beta) = \frac{\beta}{2 - \beta^2} \leq \mu \quad \forall 0 \leq \beta \leq \beta_0$$

$$\text{Bất phương trình trên cho nghiệm } \beta_0 \leq \frac{1}{2} \left( \sqrt{8 + \frac{1}{\mu^2}} - \frac{1}{\mu} \right).$$

Cần chú ý : để có kết quả này cần có thêm điều kiện giới hạn về  $\beta_0$  để  $\sin \beta_0 \approx \beta_0$  (rad).

3. Xét tại thời điểm khối tâm vật 1 và vật 3 có li độ góc tương ứng là  $\alpha, \theta$ .

Phương trình chuyển động của vật 3 theo phương tiếp tuyến với hình trụ:

$$m_3 R \theta'' = -m_3 g \theta \quad (1)$$

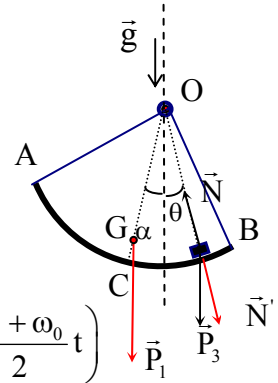
Nghiệm là:  $\theta = \theta_0 \cos \omega_0 t = \alpha_0 \cos \omega_0 t$ , với  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R}}$ .

Phương trình quay của G quanh O:  $m_1 R^2 \alpha'' = -m_1 g \frac{2\sqrt{2}R}{\pi} \alpha$  (2)

Nghiệm phương trình này:  $\alpha = \alpha_0 \cos \omega_1 t$ , với  $\omega_1 = \sqrt{\frac{2\sqrt{2}g}{\pi R}}$  (3)

Góc lệch của vật 3 so với phương OG là:  $\gamma = \alpha - \theta = 2\alpha_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_0}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_0}{2} t\right)$

Khi vật 3 tới C thì  $\gamma = 0$ . Suy ra  $t_{\min} = \frac{\pi}{\omega_1 + \omega_0}$



## Câu 2. (4,5 điểm)

- Đặt trục tọa độ Ox dọc theo trục bình, chiều dương cùng chiều chuyển động của bình. Xét một lớp khí mỏng khối lượng  $dm$ , chiều dày  $dx$ , ở cách đáy bình một đoạn  $x$ . Trong hệ quy chiếu gắn với Trái Đất, lớp khí này chuyển động cùng bình với gia tốc  $a$  và chịu tác dụng của hai lực theo phương Ox là  $p_{(x)}S$  và  $-p_{(x+dx)}S$

Theo ĐL II Newton ta có:  $[p_{(x)} - p_{(x+dx)}]S = dm \cdot a$  hay  $-dp \cdot S = dm \cdot a$  (1)

Mặt khác, phương trình trạng thái với lớp khí là  $p_{(x)}S dx = \frac{dm}{\mu} RT$  (2)

Từ (1) và (2) tìm được:  $p_{(x)} = p_{(0)} e^{-\frac{\mu a}{RT} x} \approx p_{(0)} \left(1 - \frac{\mu a}{RT} x\right)$  (3)

Để tìm  $p_{(0)}$ , ta dùng định luật bảo toàn khối lượng. Từ (2) và (3) tính  $dm$ , sau đó tích phân, tính được:

$$m = \int_0^L dm = \frac{p_{(0)} S \mu}{RT} \int_0^L \left(1 - \frac{\mu a}{RT} x\right) dx = \frac{p_{(0)} S \mu}{RT} \left(L - \frac{\mu a L^2}{2RT}\right)$$

$$\text{Vậy: } p_{(0)} = \frac{mRT}{S \mu L \left(1 - \frac{\mu a L}{2RT}\right)} \approx \frac{mRT}{S \mu L} \left(1 + \frac{\mu a L}{2RT}\right)$$

$$p_{(L)} = \frac{mRT}{S \mu L} \left(1 + \frac{\mu a L}{2RT}\right) \left(1 - \frac{\mu a L}{RT}\right) \approx \frac{mRT}{S \mu L} \left(1 - \frac{\mu a L}{2RT}\right)$$

- Xác định vị trí khối tâm chất khí:

$$x_G = \frac{1}{m} \int_0^L x dm = \frac{1}{m} \int_0^L \frac{p_{(0)} S \mu}{RT} x \left(1 - \frac{\mu a}{RT} x\right) dx = \left(\frac{L}{2} - \frac{\mu a L^2}{3RT}\right) \left(1 + \frac{\mu a L}{2RT}\right) \approx L \left(\frac{1}{2} - \frac{\mu a L}{12RT}\right)$$

Khi gia tốc thay đổi một lượng  $da$ , khối tâm dịch chuyển một khoảng  $dx_G = -\frac{\mu L^2}{12RT} da$ .

Trong hệ quy chiếu gắn với vỏ bình, công nguyên tố do lực quán tính thực hiện lên khối khí là

$$\delta A = F dx_G = ma \frac{\mu L^2}{12RT} da \Rightarrow A = \int_{a_0}^{\frac{a_0}{2}} \frac{m \mu L^2}{12RT} a da = -\frac{m \mu L^2}{32RT} a_0^2$$

Công do khí thực hiện:  $A' = -A = \frac{m \mu L^2}{32RT} a_0^2$

- Áp dụng nguyên lý I NĐLH cho cả khối khí,  $\Delta U = A \Rightarrow \frac{m}{\mu} \frac{3R}{2} \Delta T = -\frac{m \mu L^2}{32RT} a_0^2$

Do đó,  $\Delta T = -\frac{\mu^2 L^2}{48R^2 T} a_0^2$

**Câu 3.** (3,5 điểm)

1. Khi một phần lớp điện môi  $\epsilon_1$  với chiều dài  $x$  được rút ra khỏi tụ điện, phần còn lại trong tụ điện có chiều dài  $L - x$ . Lúc này, tụ điện có thể coi như hệ gồm hai tụ điện mắc song song.

Tụ điện thứ nhất có chiều dài  $x$ , có lớp điện môi là không khí có  $\epsilon = 1$  và lớp điện môi  $\epsilon_2$ :

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{R+r}{2r} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{2R}{R+r}} x = Ax$$

Tụ điện thứ hai có chiều dài  $L - x$ , có lớp điện môi  $\epsilon_1$  và lớp điện môi  $\epsilon_2$ :

$$C_2 = \frac{2\pi\epsilon_0}{\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{R+r}{2r} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{2R}{R+r}} (L - x) = B(L - x)$$

Điện dung tương đương  $C = C_1 + C_2 = Ax + B(L - x) = BL + (A - B)x = BL + (A - B)vt$

Vì  $B > A$  nên  $A - B < 0$  và điện dung của tụ điện giảm dần đều theo thời gian.

2. Vì tụ điện được nối với nguồn nên hiệu điện thế giữa hai bản là  $U$  không đổi. Khi lớp điện môi được kéo ra khỏi tụ điện một đoạn  $x = vt$ , năng lượng của tụ điện thay đổi. Công của ngoại lực  $F$  và công của nguồn điện bằng biến thiên năng lượng  $W$  của tụ điện  $Fdx + Udq = dW$

$$\text{Do đó } Fdx = \frac{1}{2} U^2 dC - Udq = -\frac{1}{2} U^2 dC = -\frac{1}{2} U^2 (A - B)dx \text{ và } F = -\frac{1}{2} (A - B)U^2$$

Lực điện  $F_d$  trái chiều với ngoại lực  $F$  nên  $F_d = \frac{1}{2} (A - B)U^2 < 0$ . Lực điện tác dụng lên tấm điện môi

hướng vào trong lòng tụ điện

3. Chọn chiều dương của dòng điện là chiều dòng điện tích điện cho tụ điện, ta có

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{UdC}{dt} = U(A - B)v < 0 \text{ tụ điện phóng điện qua nguồn.}$$

**Câu 4.** (4,5 điểm)

Gọi  $C_1, O_1; C_2, O_2$  là tâm và đỉnh của các mặt cầu tương ứng. Đường thẳng  $O_1O_2$  là trục chính của thấu kính. Do thấu kính hội tụ nên  $R_1 > R_2$  và  $C_2$  nằm trong khoảng  $C_1O_1$ .

Xét một tia sáng bất kỳ phát ra từ  $S$  và làm với trục chính góc  $\alpha$ . Do nguồn sáng  $S$  đặt tại tâm của mặt lõm nên tia sáng này sẽ truyền thẳng đến điểm  $I$  trên mặt cầu lồi rồi khúc xạ đi ra ngoài. Đường kéo dài của tia ló cắt trục chính tại  $S'$ ;  $S'$  là ảnh của  $S$  qua thấu kính.

Gọi  $i$  và  $r$  là góc tới và góc khúc xạ tại  $I$ :  $\sin r = n \sin i$ . Đặt  $SC_2 = x$  và  $S'C_2 = y$ .

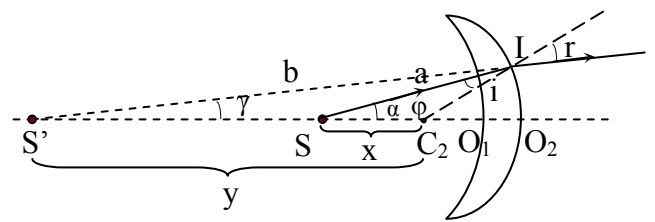
1. Với các thông số đã cho, dễ dàng chứng minh được rằng tam giác  $SC_2I$  cân và  $i = \alpha$ . Vì vậy,

$$\text{theo định luật khúc xạ } \frac{\sin r}{\sin i} = \frac{\sin r}{\sin \alpha} = n.$$

$$\text{Ta có: } \gamma = 180^\circ - r - \varphi = \alpha + i - r = 2\alpha - r$$

Áp dụng định lý hàm số sin cho tam giác  $S'C_2I$ :

$$y = \frac{R_2 \sin r}{\sin \gamma} = \frac{R_2 \sin r}{\sin(2\alpha - r)} = \frac{nR_2}{\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} \cos r - \frac{\sin r}{\sin \alpha} \cos 2\alpha} = \frac{nR_2}{\frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha} \cos r - n \cos 2\alpha}$$



\* Thay  $\alpha = 15^\circ$  ta tính được  $r = 22,84^\circ, y_1 = 9,35 \text{ cm}$

\* Thay  $\alpha \approx 0^\circ$  ta tính được  $r \approx 0^\circ, y_2 = \frac{nR_2}{2 - n} = 9 \text{ cm}$

Vậy dải điểm ảnh nằm trên trục chính, ở bên trái  $C_2$ , và có bề rộng  $\Delta y = y_1 - y_2 = 0,35 \text{ cm}$ .

2. Đối với tam giác  $SC_2I$  ta có:  $\frac{\sin i}{x} = \frac{\sin \varphi}{a}$  với  $a = SI$ .

$$\text{Đối với tam giác } S'C_2I \text{ ta có: } \frac{\sin r}{y} = \frac{\sin \varphi}{b} \text{ với } b = S'I \Rightarrow \frac{x \sin r}{y \sin i} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{nx}{y} = \frac{a}{b}$$

Mặt khác xét hai tam giác  $SC_2I$  và  $S'C_2I$  ta có:

$$a = \sqrt{R_2^2 + x^2 + 2R_2x\cos\varphi}$$

$$b = \sqrt{R_2^2 + x^2 + 2R_2y\cos\varphi}$$

Từ các biểu thức trên ta có:

$$\frac{n^2x^2}{y^2} = \frac{R_2^2 + x^2 + 2R_2x\cos\varphi}{R_2^2 + y^2 + 2R_2y\cos\varphi} \Rightarrow n^2x^2(R_2^2 + y^2) - y^2(R_2^2 + x^2) + 2R_2xy(n^2x - y)\cos\varphi = 0$$

Để các tia tới (góc  $\varphi$  khác nhau) đều có đường kéo dài của tia khúc xạ đều đi qua  $S'$  thì  $n^2x = y$

Thay vào phương trình trên ta có  $R_2 = nx$

$$\text{Mặt khác } C_2O_2 = SO_2 - SC_2 = SO_1 + O_1O_2 - SC_2 \Rightarrow R_2 = (R_1 + O_1O_2) \frac{n}{n+1} = 3,6\text{cm.}$$

**Câu 5.** (3,0 điểm)

Sử dụng điều kiện  $P = \frac{2ke^2}{3c^3} a^2$  ta có:  $\frac{dW}{dt} = -P = -\frac{2ke^2}{3c^3} a^2$  (1)

Vì electron chuyển động tròn với bán kính quỹ đạo  $r$  nên chịu lực hướng tâm là lực Culông. Theo

phương trình ĐL II Niuton:  $F_{ht} = \frac{ke^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$  (2)

Năng lượng toàn phần và gia tốc của electron là:

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{ke^2}{r} = \frac{ke^2}{2r} - \frac{ke^2}{r} = -\frac{ke^2}{2r}$$
 (3)

$$a = a_{ht} = \frac{ke^2}{mr^2}$$
 (4)

Thay (2),(3),(4) vào (1) ta có:  $\frac{ke^2}{2r^2} \frac{dr}{dt} = -\frac{2ke^2}{3c^3} \left(\frac{ke^2}{mr^2}\right)^2 \Rightarrow dt = -\frac{3m^2r^2c^3}{4k^2e^4} dr$  (5)

Với  $r = R$  tại thời điểm  $t = 0$ . Thời gian mà tại đó  $r = R_0$  là:

$$t = -\int_R^{R_0} \frac{3m^2c^3}{4k^2e^4} r^2 dr = \frac{m^2c^3}{4k^2e^4} (R^3 - R_0^3), \text{ thay số tính được: } t = 10^{-9}\text{s}$$

Ta có:  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{e} \sqrt{\frac{mr}{k}} = 1,22 \cdot 10^{-15}\text{ s}; T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{\pi r}{4e} \sqrt{\frac{mr}{k}} = \frac{T}{8} = 0,153 \cdot 10^{-15}\text{ s.}$

Số vòng quay trên quỹ đạo của electron là:  $N = \frac{2t}{T+T'} \approx 10^6 \text{ vòng./.}$

-----HẾT-----