

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỶ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA**  
**LỚP 12 THPT NĂM 2011**

Môn: **TOÁN**

Thời gian: **180** phút (*không kể thời gian giao đề*)

Ngày thi thứ hai: **12/01/2011**

**Bài 5 (7,0 điểm).** Cho dãy số nguyên  $(a_n)$  xác định bởi

$$a_0 = 1, a_1 = -1 \quad \text{và} \quad a_n = 6a_{n-1} + 5a_{n-2} \quad \text{với mọi } n \geq 2.$$

Chứng minh rằng  $a_{2012} - 2010$  chia hết cho 2011.

**Bài 6 (7,0 điểm).** Cho tam giác  $ABC$  không cân tại  $A$  và có các góc  $\widehat{ABC}$ ,  $\widehat{ACB}$  là các góc nhọn. Xét một điểm  $D$  di động trên cạnh  $BC$  sao cho  $D$  không trùng với  $B$ ,  $C$  và hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $BC$ . Đường thẳng  $d$  vuông góc với  $BC$  tại  $D$  cắt các đường thẳng  $AB$  và  $AC$  tương ứng tại  $E$  và  $F$ . Gọi  $M$ ,  $N$  và  $P$  lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp các tam giác  $AEF$ ,  $BDE$  và  $CDF$ . Chứng minh rằng bốn điểm  $A$ ,  $M$ ,  $N$ ,  $P$  cùng nằm trên một đường tròn khi và chỉ khi đường thẳng  $d$  đi qua tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**Bài 7 (6,0 điểm).** Cho  $n$  là số nguyên dương. Chứng minh rằng đa thức

$$P(x, y) = x^n + xy + y^n$$

không thể viết được dưới dạng

$$P(x, y) = G(x, y).H(x, y),$$

trong đó  $G(x, y)$  và  $H(x, y)$  là các đa thức với hệ số thực, khác đa thức hằng.

-----HẾT-----

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*